Всероссийская олимпиада школьников по предмету

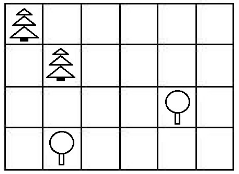
“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 5 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.



Задание №1. Близнецы Денис и Олег хотят поделить дачный участок забором на две одинаковые части (фигуры), так чтобы у каждого было по березе и сосне. Как им это сделать?

Задание №2. Несколько детей встали по кругу. Оказалось, что каждый мальчик соседствует с одним мальчиком и одной девочкой, а каждая девочка – с двумя мальчиками. Сколько девочек встали в круг, если всего мальчиков было 24.

Задание №3. Расставьте арифметические знаки и скобки между цифрами так, чтобы было выполнено равенство:

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ =\ 4.$$

Задание №4. У двухзначного числа нашли произведение цифр, а потом умножили его на сумму цифр. В итоге получили число 126. Найдите все такие двухзначные числа.

Задание №5. Имеется три кучи камней. В двух кучах по 2021 камню, в одной – 2 камня. За один ход разрешается взять из двух кучек по два камня затем добавить все взятые камни в третью кучу. Можно ли за несколько ходов сделать так, чтобы количество камней в кучах сравнялось?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

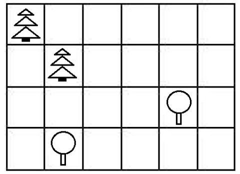
“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 5 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.



Задание №1. Близнецы Денис и Олег хотят поделить дачный участок забором на две одинаковые части (фигуры), так чтобы у каждого было по березе и сосне. Как им это сделать?

Задание №2. Несколько детей встали по кругу. Оказалось, что каждый мальчик соседствует с одним мальчиком и одной девочкой, а каждая девочка – с двумя мальчиками. Сколько девочек встали в круг, если всего мальчиков было 24.

Задание №3. Расставьте арифметические знаки и скобки между цифрами так, чтобы было выполнено равенство:

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ =\ 4.$$

Задание №4. У двухзначного числа нашли произведение цифр, а потом умножили его на сумму цифр. В итоге получили число 126. Найдите все такие двухзначные числа.

Задание №5. Имеется три кучи камней. В двух кучах по 2021 камню, в одной – 2 камня. За один ход разрешается взять из двух кучек по два камня затем добавить все взятые камни в третью кучу. Можно ли за несколько ходов сделать так, чтобы количество камней в кучах сравнялось?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

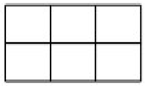
Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 6 класса

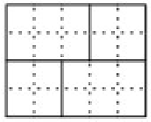
Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Прямоугольник, периметр которого равен 44 см, разрезали на шесть одинаковых прямоугольников, как показано на рисунке. Сумма длин всех трех разрезов оказалась равна 32 см. Чему равен периметр каждого из шести получившихся маленьких прямоугольников?



Задание №2. Имеется 21 карточка с числами: 8 карточек с единицей, 6 карточек с двойкой, 5 карточек с тройкой и 2 — с четверкой. Костя сложил из двадцати карточек прямоугольник 4×5. Известно, что суммы чисел во всех вертикальных рядах этого прямоугольника равны между собой. Когда Костя разделил таблицу на 4 части, показанные на рисунке, суммы карточек в этих частях тоже оказались равны между собой. Какая карточка осталась у Кости? Не забудьте обосновать ответ.



Задание №3. Расставьте скобки в выражении так, чтобы было выполнено равенство:

$$1 : 2 + 3 : 4 : 5 = 4.$$

Задание №4. У двухзначного числа нашли произведение цифр, а потом умножили его на сумму цифр. В итоге получили число 308. Найдите все такие двухзначные числа.

Задание №5. Имеется три кучи камней. В двух кучах по 2021 камню, в одной – 2 камня. За один ход разрешается взять из двух кучек по два камня затем добавить все взятые камни в третью кучу. Можно ли за несколько ходов сделать так, чтобы количество камней в кучах сравнялось?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

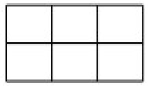
Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 6 класса

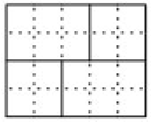
Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Прямоугольник, периметр которого равен 44 см, разрезали на шесть одинаковых прямоугольников, как показано на рисунке. Сумма длин всех трех разрезов оказалась равна 32 см. Чему равен периметр каждого из шести получившихся маленьких прямоугольников?



Задание №2. Имеется 21 карточка с числами: 8 карточек с единицей, 6 карточек с двойкой, 5 карточек с тройкой и 2 — с четверкой. Костя сложил из двадцати карточек прямоугольник 4×5. Известно, что суммы чисел во всех вертикальных рядах этого прямоугольника равны между собой. Когда Костя разделил таблицу на 4 части, показанные на рисунке, суммы карточек в этих частях тоже оказались равны между собой. Какая карточка осталась у Кости? Не забудьте обосновать ответ.



Задание №3. Расставьте скобки в выражении так, чтобы было выполнено равенство:

$$1 : 2 + 3 : 4 : 5 = 4.$$

Задание №4. У двухзначного числа нашли произведение цифр, а потом умножили его на сумму цифр. В итоге получили число 308. Найдите все такие двухзначные числа.

Задание №5. Имеется три кучи камней. В двух кучах по 2021 камню, в одной – 2 камня. За один ход разрешается взять из двух кучек по два камня затем добавить все взятые камни в третью кучу. Можно ли за несколько ходов сделать так, чтобы количество камней в кучах сравнялось?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

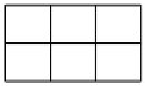
Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 7 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Прямоугольник, периметр которого равен 44 см, разрезали на шесть одинаковых прямоугольников, как показано на рисунке. Сумма длин всех трех разрезов оказалась равна 32 см. Чему равен периметр каждого из шести получившихся маленьких прямоугольников?



Задание №2. На волейбольном турнире участвовало 6 команд. По итогу турнира команды, занявшие первое и второе место набрали очков поровну и больше остальных, а команды, занявшие пятое и шестое место – поровну и меньше остальных. Сколько очков набрала каждая команда, если известно, что в волейболе ничьих не бывает, за победу дается – 1 очко, а за поражение – 0 очков.

Задание №3. Сто веселых мартышек кидают друг в друга одним кокосовым орехом. Мартышка, в которую два раза попали орехом, навсегда становится грустной. Мартышка, которая попала в другую мартышку (один раз), тут же выбывает из игры. Игра закончилась, когда осталась одна мартышка. Каких мартышек в этот момент больше — грустных или веселых?

Задание №4. Дано двухзначное число. Если приписать к нему слева цифру 9, получится трехзначное число x. А если приписать к нему справа цифру 9, то получится трехзначное число y. Известно, что $x - y = 432$. Найдите данное двухзначное число.

Задание №5. Имеется три кучи камней. В двух кучах по 2021 камню, в одной – 2022 камня. За один ход разрешается взять из двух кучек по одному камню, затем один из взятых камней добавить в третью кучу, а другой выбросить. Можно ли за несколько ходов сделать так, чтобы количество камней в кучах сравнялось?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

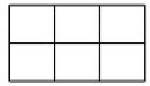
Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 7 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Прямоугольник, периметр которого равен 44 см, разрезали на шесть одинаковых прямоугольников, как показано на рисунке. Сумма длин всех трех разрезов оказалась равна 32 см. Чему равен периметр каждого из шести получившихся маленьких прямоугольников?



Задание №2. На волейбольном турнире участвовало 6 команд. По итогу турнира команды, занявшие первое и второе место набрали очков поровну и больше остальных, а команды, занявшие пятое и шестое место – поровну и меньше остальных. Сколько очков набрала каждая команда, если известно, что в волейболе ничьих не бывает, за победу дается – 1 очко, а за поражение – 0 очков.

Задание №3. Сто веселых мартышек кидают друг в друга одним кокосовым орехом. Мартышка, в которую два раза попали орехом, навсегда становится грустной. Мартышка, которая попала в другую мартышку (один раз), тут же выбывает из игры. Игра закончилась, когда осталась одна мартышка. Каких мартышек в этот момент больше — грустных или веселых?

Задание №4. Дано двухзначное число. Если приписать к нему слева цифру 9, получится трехзначное число x. А если приписать к нему справа цифру 9, то получится трехзначное число y. Известно, что $x - y = 432$. Найдите данное двухзначное число.

Задание №5. Имеется три кучи камней. В двух кучах по 2021 камню, в одной – 2022 камня. За один ход разрешается взять из двух кучек по одному камню, затем один из взятых камней добавить в третью кучу, а другой выбросить. Можно ли за несколько ходов сделать так, чтобы количество камней в кучах сравнялось?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 8 класса

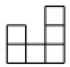
Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Из пункта А в пункт В по течению реки отправился катер с собственной скоростью 15 км/ч. Одновременно из пункта В в пункт А против течения отправился второй катер с собственной скоростью 20 км/ч. Встретившись, они развернулись и отправились в обратный путь, причем первый катер шел с прежней собственной скоростью, а второй – с выключенным мотором. Оказалось, что они достигли пунктов А и В одновременно. Найдите скорость течения реки.

Задание №2. Про два натуральных числа известно, что они являются делителями числа 46656, а также, что их сумма равна 1305. Найдите все такие пары чисел.

Задание №3. Квадрат какого наименьшего размера можно составить из фигурок, изображенных на рисунке? Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга. Ответ обоснуйте.



Задание №4. ABCD — выпуклый четырехугольник. На стороне BC отмечена точка K, а на продолжении стороны AD за точку D — точка L. Оказалось, что ∠LKC = ∠CAB, ∠ACD = ∠KLA. Докажите, что ∠ABC = ∠ADC.

Задание №5. Имеется три кучи камней. В двух кучах по 2021 камню, в одной – 2022 камня. За один ход разрешается взять из двух кучек по одному камню, затем один из взятых камней добавить в третью кучу, а другой выбросить. Можно ли за несколько ходов сделать так, чтобы количество камней в кучах сравнялось?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 8 класса

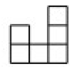
Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Из пункта А в пункт В по течению реки отправился катер с собственной скоростью 15 км/ч. Одновременно из пункта В в пункт А против течения отправился второй катер с собственной скоростью 20 км/ч. Встретившись, они развернулись и отправились в обратный путь, причем первый катер шел с прежней собственной скоростью, а второй – с выключенным мотором. Оказалось, что они достигли пунктов А и В одновременно. Найдите скорость течения реки.

Задание №2. Про два натуральных числа известно, что они являются делителями числа 46656, а также, что их сумма равна 1305. Найдите все такие пары чисел.

Задание №3. Квадрат какого наименьшего размера можно составить из фигурок, изображенных на рисунке? Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга. Ответ обоснуйте.



Задание №4. ABCD — выпуклый четырехугольник. На стороне BC отмечена точка K, а на продолжении стороны AD за точку D — точка L. Оказалось, что ∠LKC = ∠CAB, ∠ACD = ∠KLA. Докажите, что ∠ABC = ∠ADC.

Задание №5. Имеется три кучи камней. В двух кучах по 2021 камню, в одной – 2022 камня. За один ход разрешается взять из двух кучек по одному камню, затем один из взятых камней добавить в третью кучу, а другой выбросить. Можно ли за несколько ходов сделать так, чтобы количество камней в кучах сравнялось?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 9 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Про три различных целых числа a, b, c известно, что $a + b = c$, а также $a \cdot c = b$. Найдите эти числа.

Задание №2. В параллелограмме ABCD ∠ABD = 90°. На стороне BC находится такая точка K, что ∠ADB = ∠BDK. Найдите BK:KC.

Задание №3. Между городами A и B ездят поезда с одинаковыми постоянными скоростями. Поезд, выехавший из A в 9:00, и поезд, выехавший из B в 13:00, встретились на расстоянии 600 км от A. Поезд, выехавший из A в 16:00, и поезд, выехавший из B в полдень, встретились на расстоянии 300 км от A. На каком расстоянии от A встретятся поезда, выехавшие из A и B в 14:00?

Задание №4. Докажите, что для любого $a > 1$ справедливо неравенство

$$\frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} < \frac{1}{a-1}.$$

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n плитки в виде прямоугольников 1 × 3 так, чтобы они не имели общих точек (плитки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 плитку?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 9 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Про три различных целых числа a, b, c известно, что $a + b = c$, а также $a \cdot c = b$. Найдите эти числа.

Задание №2. В параллелограмме ABCD ∠ABD = 90°. На стороне BC находится такая точка K, что ∠ADB = ∠BDK. Найдите BK:KC.

Задание №3. Между городами A и B ездят поезда с одинаковыми постоянными скоростями. Поезд, выехавший из A в 9:00, и поезд, выехавший из B в 13:00, встретились на расстоянии 600 км от A. Поезд, выехавший из A в 16:00, и поезд, выехавший из B в полдень, встретились на расстоянии 300 км от A. На каком расстоянии от A встретятся поезда, выехавшие из A и B в 14:00?

Задание №4. Докажите, что для любого $a > 1$ справедливо неравенство

$$\frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} < \frac{1}{a-1}.$$

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n плитки в виде прямоугольников 1 × 3 так, чтобы они не имели общих точек (плитки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 плитку?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 10 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Пусть a и b – различные положительные числа. Известно, что $a^2 + b^2 = 4ab$. Найдите $\frac{a+b}{a-b}$. Ответ обоснуйте.

Задание №2. В треугольнике ABC угол A равен 120°, а угол B равен 40°. Пусть AD – биссектриса угла A, а точка E на стороне AC такова, что CE = BD. Докажите, что AD ⊥ BE.

Задание №3. На координатной плоскости отмечены точки A(0,0), B(1,0), C(4,0), D(5,0), E(−2,5), F(−1,5). Известно, что график квадратного трехчлена $y = f(x)$ пересекает отрезки AB, CD, EF. Докажите, что $f(8) > 5$.

Задание №4. Докажите, что для любых x и y, удовлетворяющих условию $xy + x + y = 1$, выполнено неравенство

$$x^2y^2 + x + y \geq 5xy.$$

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n доминошки вида 1 × 2 так, чтобы они не имели общих точек (доминошки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 доминошку?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 10 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Пусть a и b – различные положительные числа. Известно, что $a^2 + b^2 = 4ab$. Найдите $\frac{a+b}{a-b}$. Ответ обоснуйте.

Задание №2. В треугольнике ABC угол A равен 120°, а угол B равен 40°. Пусть AD – биссектриса угла A, а точка E на стороне AC такова, что CE = BD. Докажите, что AD ⊥ BE.

Задание №3. На координатной плоскости отмечены точки A(0,0), B(1,0), C(4,0), D(5,0), E(−2,5), F(−1,5). Известно, что график квадратного трехчлена $y = f(x)$ пересекает отрезки AB, CD, EF. Докажите, что $f(8) > 5$.

Задание №4. Докажите, что для любых x и y, удовлетворяющих условию $xy + x + y = 1$, выполнено неравенство

$$x^2y^2 + x + y \geq 5xy.$$

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n доминошки вида 1 × 2 так, чтобы они не имели общих точек (доминошки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 доминошку?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 11 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Пусть a и b – различные положительные числа. Известно, что $a^2+b^2=4ab$. Найдите $\frac{a+b}{a-b}$. Ответ обоснуйте.

Задание №2. Положительное число x таково, что $[x]\cdot\{x\}=2021$. Чему может быть равна разность $[x^2]-[x]^2$? (Как обычно, $[y]$ — это целая часть числа y, т. е. наибольшее целое число, не превосходящее y; $\{y\}=y-[y]$ — дробная часть числа y.)

Задание №3. Рассмотрим функции $y=x^2+px+q$ при всевозможных p и q, для которых $p+q=2021$. Докажите, что на плоскости есть точка, которая принадлежит графикам всех таких функций.

Задание №4. В треугольнике ABC точки P и Q – точки пересечения прямой, параллельной BC и проходящей через вершину A, с биссектрисами внешних углов B и C треугольника соответственно. Перпендикуляр к прямой BP, восставленный в точке P, и перпендикуляр к прямой CQ, восставленный в точке Q, пересекаются в точке R. Пусть I – центр вписанной окружности треугольника ABC. Докажите, что AI = AR.

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n плитки в виде прямоугольников 1 × 4 так, чтобы они не имели общих точек (плитки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 плитку?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 11 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Пусть a и b – различные положительные числа. Известно, что $a^2+b^2=4ab$. Найдите $\frac{a+b}{a-b}$. Ответ обоснуйте.

Задание №2. Положительное число x таково, что $[x]\cdot\{x\}=2021$. Чему может быть равна разность $[x^2]-[x]^2$? (Как обычно, $[y]$ — это целая часть числа y, т. е. наибольшее целое число, не превосходящее y; $\{y\}=y-[y]$ — дробная часть числа y.)

Задание №3. Рассмотрим функции $y=x^2+px+q$ при всевозможных p и q, для которых $p+q=2021$. Докажите, что на плоскости есть точка, которая принадлежит графикам всех таких функций.

Задание №4. В треугольнике ABC точки P и Q – точки пересечения прямой, параллельной BC и проходящей через вершину A, с биссектрисами внешних углов B и C треугольника соответственно. Перпендикуляр к прямой BP, восставленный в точке P, и перпендикуляр к прямой CQ, восставленный в точке Q, пересекаются в точке R. Пусть I – центр вписанной окружности треугольника ABC. Докажите, что AI = AR.

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n плитки в виде прямоугольников 1 × 4 так, чтобы они не имели общих точек (плитки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 плитку?